

Reconstruction tomographique pour l'imagerie TEP à 3-photons

Ecole d'Etez 2022

M.Latif^{1,2,3}

Encadrement : J.Idier¹, S.Stute², T.Carlier²

Comité CSI : C.Comtat⁴, B.Humbert⁵

¹LS2N - Ecole Centrale Nantes, ²CRCI2NA - CHU de Nantes

³Ecole doctorale MathSTIC

⁴BIOMAPS - Service Hospitalier Frédéric Joliot, ⁵Institut des Matériaux Jean Rouxel - Université de Nantes.

23/06/2022



CRCI² NA

① Travaux de thèse

Contexte général : XEMIS

Modèle TEP et algorithme MLEM

XEMIS2, imagerie 3γ et méthode pseudo-TOF

Positionnement des travaux de thèse

Suite des travaux

① Travaux de thèse

Contexte général : XEMIS

Modèle TEP et algorithme MLEM

XEMIS2, imagerie 3γ et méthode pseudo-TOF

Positionnement des travaux de thèse

Suite des travaux

⇒ Projet initié en 2004 - équipe XENON - Laboratoire SUBATECH.

⇒ Projet initié en 2004 - équipe XENON - Laboratoire SUBATECH.

XEMIS : Grignon et al. [2007]

- Développer une caméra Compton au xénon liquide (LXe) ;
- Nouvelle technique d'imagerie à 3 photons (3γ).

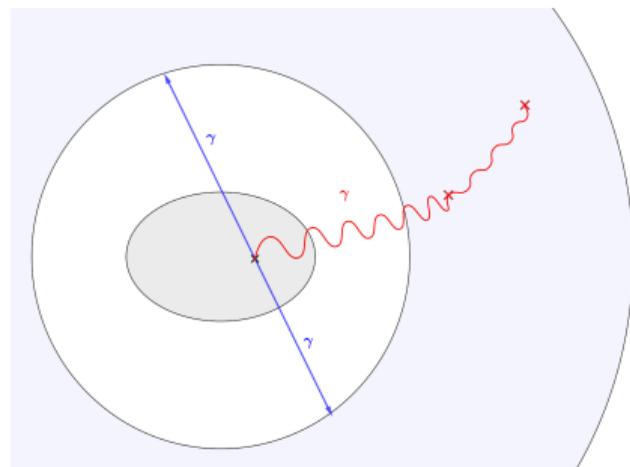


FIGURE – Principe de l'imagerie 3γ dans XEMIS

⇒ Projet initié en 2004 - équipe XENON - Laboratoire SUBATECH.

XEMIS : Grignon et al. [2007]

- Développer une caméra Compton au xénon liquide (LXe) ;
- Nouvelle technique d'imagerie à 3 photons (3γ).

Inscrit dans l'écosystème Nantais :

cyclotron ARRONAX, INSERM, CRCI2NA, LS2N.



FIGURE – Caméra **pré-clinique** XEMIS2 installée au CHU-CIMA (Crédit photo : Laboratoire Subatech)

⇒ Projet initié en 2004 - équipe XENON - Laboratoire SUBATECH.

XEMIS : Grignon et al. [2007]

- Développer une caméra Compton au xénon liquide (LXe) ;
- Nouvelle technique d'imagerie à 3 photons (3γ).

Inscrit dans l'écosystème Nantais :

cyclotron ARRONAX, INSERM, CRCI2NA, LS2N.

⇒ Efforts consacrés à la **conception expérimentale**.



FIGURE – Caméra **pré-clinique** XEMIS2 installée au CHU-CIMA (Crédit photo : Laboratoire Subatech)

① Travaux de thèse

Contexte général : XEMIS

Modèle TEP et algorithme MLEM

XEMIS2, imagerie 3γ et méthode pseudo-TOF

Positionnement des travaux de thèse

Suite des travaux

Tomographie par émission de positons

La TEP *classique* : Méthode d'**imagerie fonctionnelle** ;

- Injection d'un radiotraceur + isotope :

Désintégration β^+ :



Annihilation du positon e^+ :

émission de 2γ en **coïncidence**.

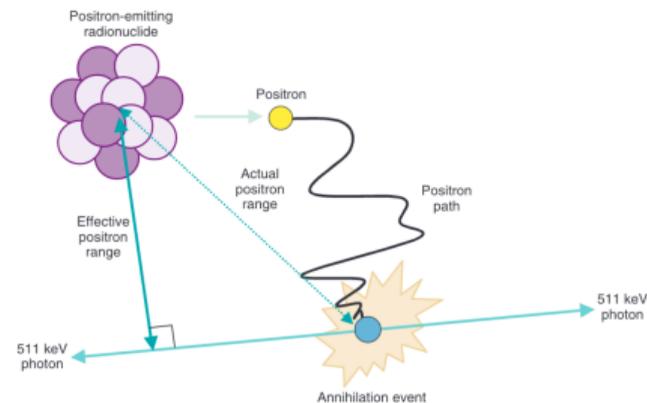


FIGURE – Annihilation β^+ - Cherry et al. [2012]

Tomographie par émission de positons

La TEP *classique* : Méthode d'**imagerie fonctionnelle** ;

- Injection d'un radiotracer + isotope :

Désintégration β^+ :



Annihilation du positon e^+ :

émission de 2γ en **coïncidence**.

- Caméra TEP : Assemblage de **cristaux scintillateurs**

Un couple de cristaux \Rightarrow Ligne de réponse (LOR) ;

Pour chaque LOR \Rightarrow Comptage des coïncidences ;

\Rightarrow Incertitude sur la position : **uniforme** sur la LOR.

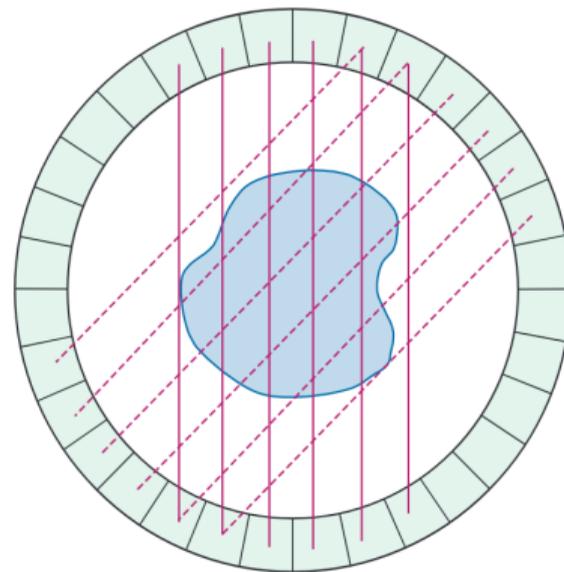


FIGURE – Caméra TEP - Cherry et al. [2012]

Tomographie par émission de positons

La TEP *classique* : Méthode d'**imagerie fonctionnelle** ;

- Injection d'un radiotracer + isotope :

Désintégration β^+ :



Annihilation du positon e^+ :

émission de 2γ en **coïncidence**.

- Caméra TEP : Assemblage de **cristaux scintillateurs**

Un couple de cristaux \Rightarrow Ligne de réponse (LOR) ;

Pour chaque LOR \Rightarrow Comptage des coïncidences ;

\Rightarrow Incertitude sur la position : **uniforme** sur la LOR.

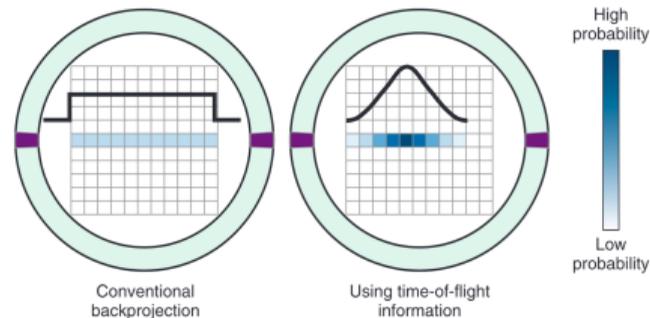
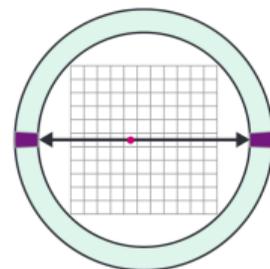


FIGURE – TEP à temps de vol - Cherry et al. [2012]

La TEP à *temps de vol* (TOF) : Affiner localisation de l'émission ;

- Mesure de **différence du temps d'arrivée** Δt ;
- **Distance** / au centre de la LOR : $v = \frac{c\Delta t}{2}$;
- Incertitude sur la position $\Rightarrow \mathcal{N}(v, \sigma^2)$.

Notations : $I := \#(\text{LOR})$, $J := \#(\text{voxels})$, $B := \#(\text{TOF-bins})$.

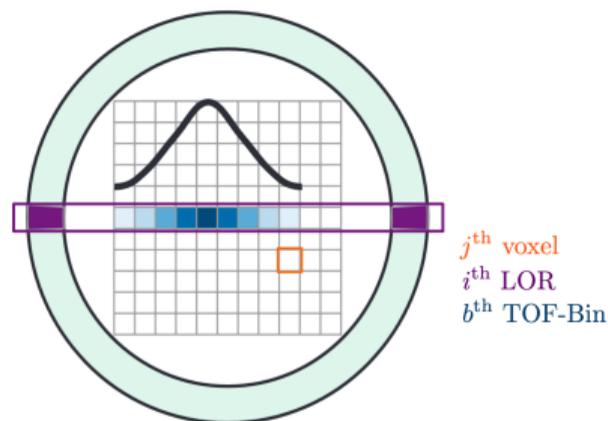


FIGURE – Notations - Adapté de Cherry et al. [2012]

Notations : $I := \#(\text{LOR}), J := \#(\text{voxels}), B := \#(\text{TOF-bins}).$

⇒ Reconstruction tomographique \equiv **problème inverse**

Sachant les coïncidences comptées : $\mathbf{y} := (y_{ib})_{j \in \llbracket 1, I \rrbracket, b \in \llbracket 1, B \rrbracket}$;

Estimer la densité radioactive : $\boldsymbol{\lambda} := (\lambda_j)_{j \in \llbracket 1, J \rrbracket}$.

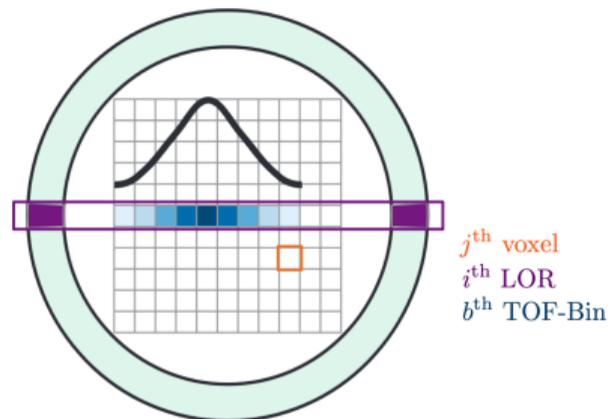


FIGURE – Notations - Adapté de Cherry et al. [2012]

Notations : $I := \#(\text{LOR}), J := \#(\text{voxels}), B := \#(\text{TOF-bins}).$

⇒ Reconstruction tomographique \equiv **problème inverse**

Sachant les coïncidences comptées : $\mathbf{y} := (y_{ib})_{i \in \llbracket 1, I \rrbracket, b \in \llbracket 1, B \rrbracket}$;

Estimer la densité radioactive : $\boldsymbol{\lambda} := (\lambda_j)_{j \in \llbracket 1, J \rrbracket}$.

Modèle direct : y_{ib} sont iid. s.t.

$$y_{ib} \sim \mathcal{P}(\bar{y}_{ib}) \text{ avec } \bar{y}_{ib} := \sum_{j \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{ibj} \lambda_j + \bar{s}_{ib} + \bar{r}_i$$

$$\forall i \in \llbracket 1, I \rrbracket, \forall b \in \llbracket 1, B \rrbracket$$

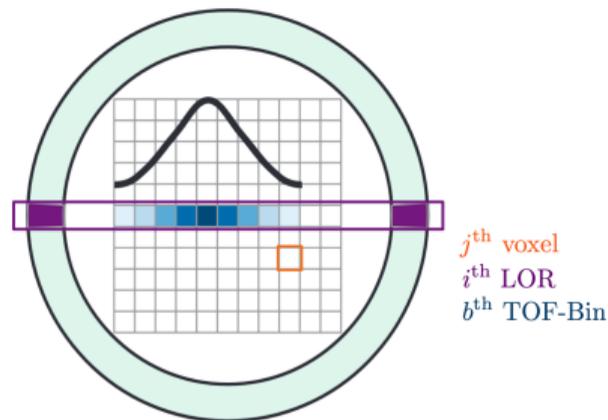


FIGURE – Notations - Adapté de Cherry et al. [2012]

Notations : $I := \#(\text{LOR}), J := \#(\text{voxels}), B := \#(\text{TOF-bins}).$

⇒ Reconstruction tomographique ≡ **problème inverse**

Sachant les coïncidences comptées : $\mathbf{y} := (y_{ib})_{j \in \llbracket 1, I \rrbracket, b \in \llbracket 1, B \rrbracket}$;

Estimer la densité radioactive : $\boldsymbol{\lambda} := (\lambda_j)_{j \in \llbracket 1, J \rrbracket}.$

Modèle direct : y_{ib} sont iid. s.t.

$$y_{ib} \sim \mathcal{P}(\bar{y}_{ib}) \text{ avec } \bar{y}_{ib} := \sum_{j \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{ibj} \lambda_j + \bar{s}_{ib} + \bar{r}_i$$

$$\forall i \in \llbracket 1, I \rrbracket, \forall b \in \llbracket 1, B \rrbracket$$

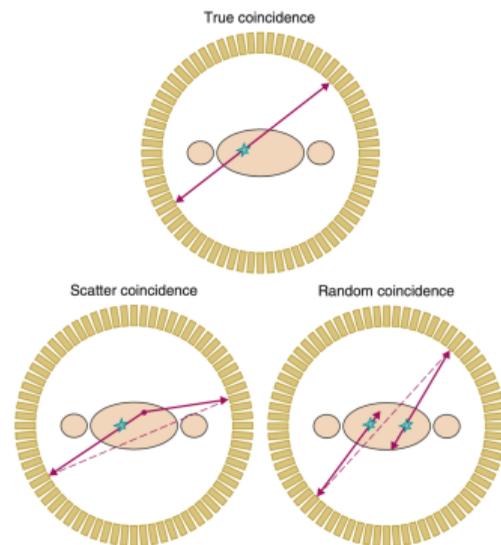


FIGURE – Types de coïncidences - Cherry et al. [2012]

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}^{\text{ML}} = \underset{\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}_+^J}{\text{argmax}} (\log(\mathcal{L}(\boldsymbol{\lambda}|\mathbf{y})))$$

$$\hat{\lambda}^{\text{ML}} = \underset{\lambda \in \mathbb{R}_+^J}{\text{argmax}} (\log(\mathcal{L}(\lambda|\mathbf{y})))$$

Algorithme Maximum-Likelihood Expectation-Maximization Vardi et al. [1985], Lange and Carson [1984]

⇒ Déterminer $\hat{\lambda}^{\text{ML}}$ pour un modèle probabiliste dépendant de **données latentes** ;

$$\hat{\lambda}^{\text{ML}} = \underset{\lambda \in \mathbb{R}_+^J}{\text{argmax}} (\log(\mathcal{L}(\lambda|\mathbf{y})))$$

Algorithme Maximum-Likelihood Expectation-Maximization Vardi et al. [1985], Lange and Carson [1984]

⇒ Déterminer $\hat{\lambda}^{\text{ML}}$ pour un modèle probabiliste dépendant de **données latentes** ;

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda^{(0)} = \lambda_j^{(0)} > 0 \\ \lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\sum_{\substack{i \in \llbracket 1, I \rrbracket \\ b \in \llbracket 1, B \rrbracket}} A_{ibj}} \sum_{\substack{i \in \llbracket 1, I \rrbracket \\ b \in \llbracket 1, B \rrbracket}} A_{ibj} \frac{y_{ib}}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{ibj'} \lambda_{j'}^{(t)} + \bar{s}_{ib} + \bar{r}_i} \end{array} \right. \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

$$\hat{\lambda}^{\text{ML}} = \underset{\lambda \in \mathbb{R}_+^J}{\text{argmax}} (\log(\mathcal{L}(\lambda|\mathbf{y})))$$

Algorithme Maximum-Likelihood Expectation-Maximization Vardi et al. [1985], Lange and Carson [1984]

⇒ Déterminer $\hat{\lambda}^{\text{ML}}$ pour un modèle probabiliste dépendant de **données latentes** ;

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda^{(0)} = \lambda_j^{(0)} > 0 \\ \lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\sum_{\substack{i \in \llbracket 1, I \rrbracket \\ b \in \llbracket 1, B \rrbracket}} A_{ibj}} \sum_{\substack{i \in \llbracket 1, I \rrbracket \\ b \in \llbracket 1, B \rrbracket}} A_{ibj} \frac{y_{ib}}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{ibj'} \lambda_{j'}^{(t)} + \bar{s}_{ib} + \bar{r}_i} \end{array} \right. \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

Propriétés :

- Convergence vers un $\hat{\lambda}^{\text{ML}}$;
- Positivité des densités (λ_j) obtenues.

① Travaux de thèse

Contexte général : XEMIS

Modèle TEP et algorithme MLEM

XEMIS2, imagerie 3γ et méthode pseudo-TOF

Positionnement des travaux de thèse

Suite des travaux

XEMIS2 : caméra Compton cylindrique

Xénon liquide : espace continu de scintillation/ionisation ;

Scandium-44 : émetteur (β^+ , γ)



avec $E_0 = 1.157\text{MeV}$.

XEMIS2 : caméra Compton cylindrique

Xénon liquide : espace continu de scintillation/ionisation ;

Scandium-44 : émetteur (β^+ , γ)



avec $E_0 = 1.157\text{MeV}$.

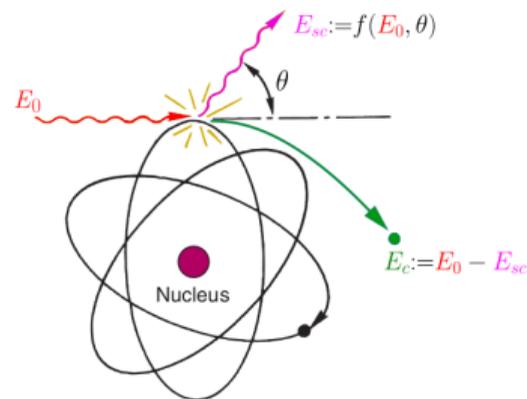


FIGURE – Diffusion Compton - Adapté de Cherry et al. [2012]

XEMIS2 : caméra Compton cylindrique

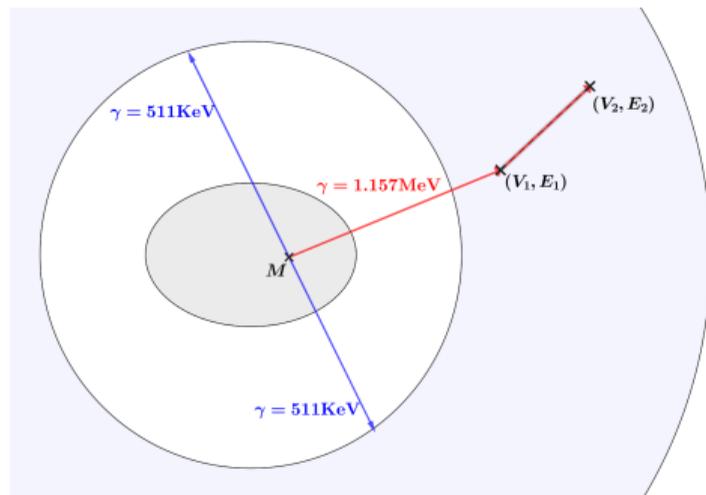
Xénon liquide : espace continu de scintillation/ionisation ;

Scandium-44 : émetteur (β^+ , γ)



avec $E_0 = 1.157\text{MeV}$.

Soit M une source de désintégration :



XEMIS2 : caméra Compton cylindrique

Xénon liquide : espace continu de scintillation/ionisation ;

Scandium-44 : émetteur (β^+ , γ)



avec $E_0 = 1.157\text{MeV}$.

Soit M une source de désintégration :

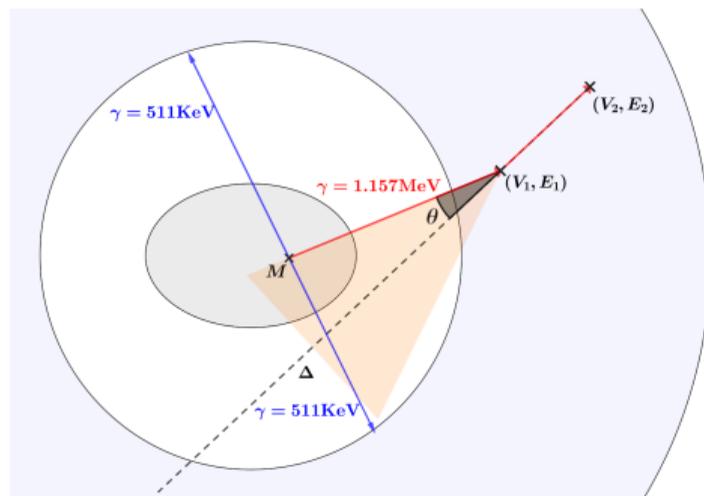
\Rightarrow **Cône Compton \mathcal{C}** :

Sommet : V_1 ;

Axe : $\Delta = \overrightarrow{V_2V_1}$;

Angle : $\theta = \arccos\left(1 - \frac{m_e c^2 E_1}{E_0(E_0 - E_1)}\right)$;

Propriété : M appartient à la **surface** de \mathcal{C} .



XEMIS2 : caméra Compton cylindrique

Xénon liquide : espace continu de scintillation/ionisation ;

Scandium-44 : émetteur (β^+ , γ)



avec $E_0 = 1.157\text{MeV}$.

Soit M une source de désintégration :

⇒ **Cône Compton \mathcal{C}** :

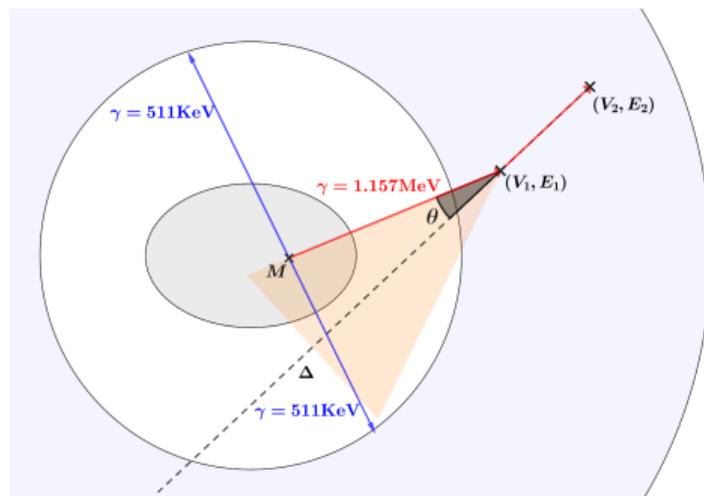
Sommet : V_1 ;

Axe : $\Delta = \overrightarrow{V_2V_1}$;

Angle : $\theta = \arccos\left(1 - \frac{m_e c^2 E_1}{E_0(E_0 - E_1)}\right)$;

Propriété : M appartient à la **surface** de \mathcal{C} .

⇒ **Intersection LOR/Cône** : Précision dans la détection de la position de désintégration.



XEMIS2 : caméra Compton cylindrique

Xénon liquide : espace continu de scintillation/ionisation ;

Scandium-44 : émetteur (β^+ , γ)



avec $E_0 = 1.157\text{MeV}$.

Soit M une source de désintégration :

⇒ **Cône Compton \mathcal{C}** :

Sommet : V_1 ;

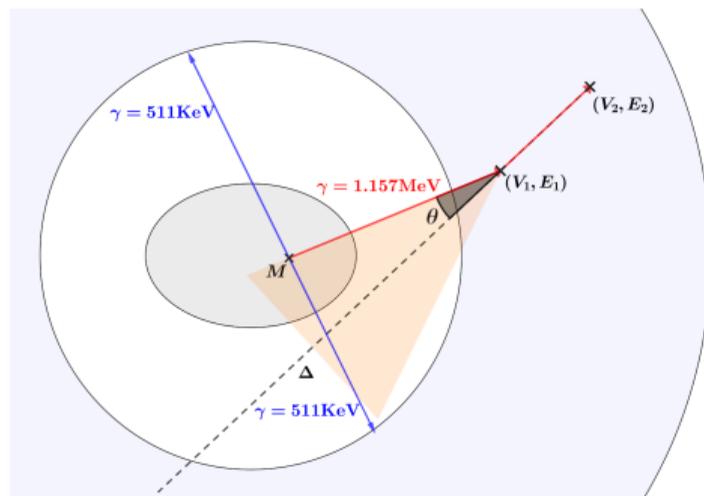
Axe : $\Delta = \overrightarrow{V_2V_1}$;

Angle : $\theta = \arccos\left(1 - \frac{m_e c^2 E_1}{E_0(E_0 - E_1)}\right)$;

Propriété : M appartient à la **surface** de \mathcal{C} .

⇒ **Intersection LOR/Cône** : Précision dans la détection de la position de désintégration.

Challenge : Reconstruire l'image à partir d'un signal 3γ continu.



⇒ Reconstruction 3γ comme un problème **TOF-PET à cristaux**.

⇒ Reconstruction 3γ comme un problème **TOF-PET à cristaux**.

Méthode pseudo-TOF Giovagnoli et al. [2021] ⇒ $\mathcal{N}(v, \sigma^2)$

⇒ : Inclusion du **3^{ème} γ prometteuse**

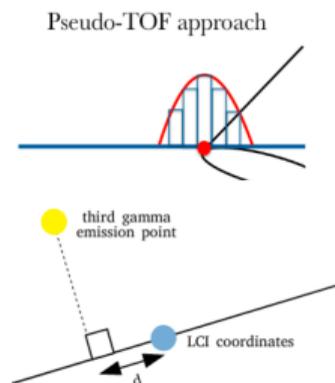


FIGURE – Thèse de D.Giovagnoli

⇒ Reconstruction 3γ comme un problème **TOF-PET à cristaux**.

Méthode pseudo-TOF Giovagnoli et al. [2021] ⇒ $\mathcal{N}(v, \sigma^2)$

⇒ : Inclusion du **3^{ème} γ prometteuse**

Limites des travaux :

- Réglage de $\sigma \Leftarrow$ la connaissance de la source d'émission ;
- Hypothèse d'un σ fixe ;

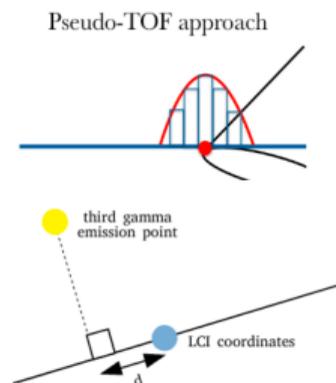


FIGURE – Thèse de D.Giovagnoli

⇒ Reconstruction 3γ comme un problème **TOF-PET à cristaux**.

Méthode pseudo-TOF Giovagnoli et al. [2021] ⇒ $\mathcal{N}(v, \sigma^2)$

⇒ : Inclusion du **3^{ème} γ prometteuse**

Limites des travaux :

- Réglage de $\sigma \Leftarrow$ la connaissance de la source d'émission ;
- Hypothèse d'un σ fixe ;
- Discrétisation **virtuelle** de l'espace de détection ;

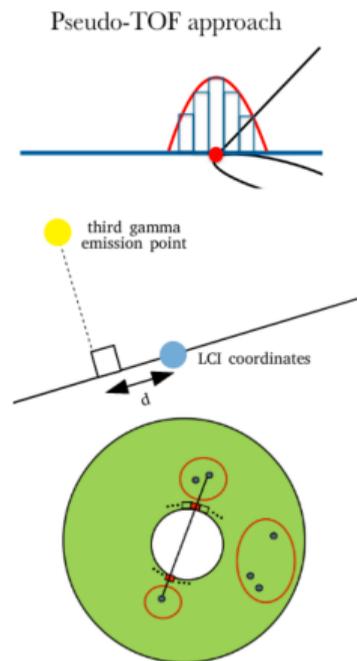


FIGURE – Thèse de D.Giovagnoli

⇒ Reconstruction 3γ comme un problème **TOF-PET à cristaux**.

Méthode pseudo-TOF Giovagnoli et al. [2021] ⇒ $\mathcal{N}(v, \sigma^2)$

⇒ : Inclusion du **3^{ème} γ prometteuse**

Limites des travaux :

- Réglage de $\sigma \Leftarrow$ la connaissance de la source d'émission ;
- Hypothèse d'un σ fixe ;
- Discrétisation **virtuelle** de l'espace de détection ;
- Seuls les cas **3γ** sont étudiés.

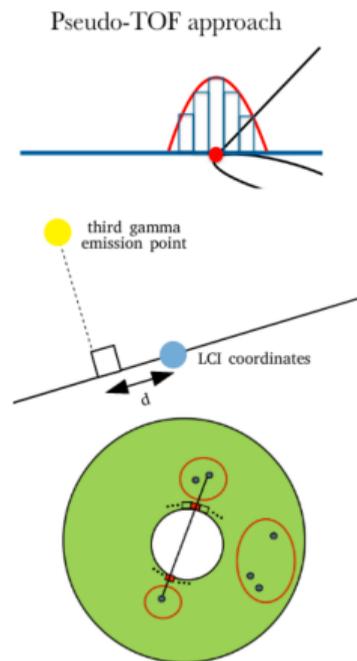


FIGURE – Thèse de D.Giovagnoli

⇒ Reconstruction 3γ comme un problème **TOF-PET à cristaux**.

Méthode pseudo-TOF Giovagnoli et al. [2021] ⇒ $\mathcal{N}(v, \sigma^2)$

⇒ : Inclusion du **3^{ème} γ prometteuse**

Limites des travaux :

- Réglage de $\sigma \Leftarrow$ la connaissance de la source d'émission ;
- Hypothèse d'un σ fixe ;
- Discrétisation **virtuelle** de l'espace de détection ;
- Seuls les cas **3γ** sont étudiés.

Proportions des évènements :

⇒ **$3\gamma \sim 10\%$** , $2\gamma \sim 50\%$ et $1\gamma \sim 40\%$

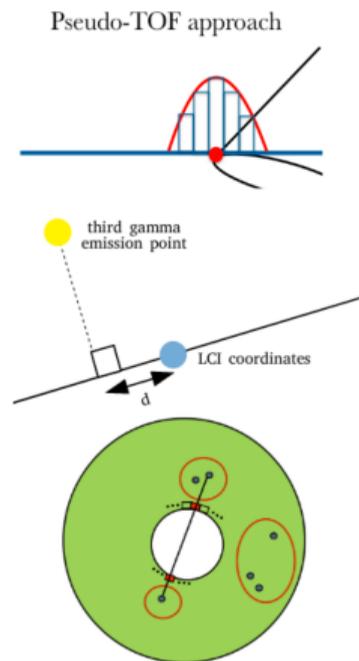


FIGURE – Thèse de D.Giovagnoli

① Travaux de thèse

Contexte général : XEMIS

Modèle TEP et algorithme MLEM

XEMIS2, imagerie 3γ et méthode pseudo-TOF

Positionnement des travaux de thèse

Suite des travaux

$3\gamma \sim 10\%$, $2\gamma \sim 50\%$ et $1\gamma \sim 40\%$

$3\gamma \sim 10\%$, $2\gamma \sim 50\%$ et $1\gamma \sim 40\%$

Objectif général :

⇒ Etude et mise en œuvre d'algorithmes de reconstruction pour l'imagerie 3γ proposée par la caméra XEMIS2.

$3\gamma \sim 10\%$, $2\gamma \sim 50\%$ et $1\gamma \sim 40\%$

Objectif général :

⇒ Etude et mise en œuvre d'algorithmes de reconstruction pour l'imagerie 3γ proposée par la caméra XEMIS2.

Méthodologie :

- Formulation d'un algorithme MLEM intégrant
 - le milieu continu de l'espace de détection LXe ;
 - le traitement des 3 types d'événements i.e. 1γ , 2γ ou 3γ
- Développement d'une méthode de régularisation pour les images que nous obtiendrons ;

Dilemme de l'histogramme :

- Données brutes triées \Rightarrow sous-échantillonnage **et** perte d'informations ;
- Augmenter la finesse de l'échantillonnage \Rightarrow nombre de classes \ggg nombre d'évènements.

Dilemme de l'histogramme :

- Données brutes triées \Rightarrow sous-échantillonnage **et** perte d'informations ;
- Augmenter la finesse de l'échantillonnage \Rightarrow nombre de classes \gg nombre d'évènements.

Algorithme List-Mode MLEM : Parra and Barrett [1998]

$$y_i = \{0, 1\} \quad \forall i \in \llbracket 1, I \rrbracket$$

\Rightarrow **Liste** de N évènements **déTECTÉS** \equiv données { spatiales, temporelles, énergie, ... }

Dilemme de l'histogramme :

- Données brutes triées \Rightarrow sous-échantillonnage **et** perte d'informations ;
- Augmenter la finesse de l'échantillonnage \Rightarrow nombre de classes \gg nombre d'évènements.

Algorithme List-Mode MLEM : Parra and Barrett [1998]

$$y_i = \{0, 1\} \quad \forall i \in \llbracket 1, I \rrbracket$$

\Rightarrow Liste de N évènements **déTECTÉS** \equiv données { spatiales, temporelles, énergie, ... }

\Rightarrow Un évènement $n \in \llbracket 1, N \rrbracket$ **déTECTÉ** $\Rightarrow y_{i_n} = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda^{(0)} = \lambda_j^{(0)} > 0 \\ \lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\sum_{i \in \llbracket 1, I \rrbracket} A_{ij}} \sum_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket} A_{i_n j} \frac{1}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{i_n j'} \lambda_{j'}^{(t)} + \bar{r}_{i_n} + \bar{s}_{i_n}} \end{array} \right. \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

Reformulation du LM-MLEM dans l'espace continu :

$$\lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\int_{\delta \in \mathcal{L}} A_j(\delta) d\delta} \sum_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket} A_j(\delta_n) \frac{1}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{j'}(\delta_n) \lambda_{j'}^{(t)} + \varepsilon(\delta_n)} \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

avec

Reformulation du LM-MLEM dans l'espace continu :

$$\lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\int_{\delta \in \mathcal{L}} A_j(\delta) d\delta} \sum_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket} A_j(\delta_n) \frac{1}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{j'}(\delta_n) \lambda_{j'}^{(t)} + \varepsilon(\delta_n)} \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

avec

δ variable d'intégration associée à une détection ;

Reformulation du LM-MLEM dans l'espace continu :

$$\lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\int_{\delta \in \mathcal{L}} A_j(\delta) d\delta} \sum_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket} A_j(\delta_n) \frac{1}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{j'}(\delta_n) \lambda_{j'}^{(t)} + \varepsilon(\delta_n)} \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

avec

δ variable d'intégration associée à une détection ;

\mathcal{L} le domaine des détections donné par :

Reformulation du LM-MLEM dans l'espace continu :

$$\lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\int_{\delta \in \mathcal{L}} A_j(\delta) d\delta} \sum_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket} A_j(\delta_n) \frac{1}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{j'}(\delta_n) \lambda_{j'}^{(t)} + \varepsilon(\delta_n)} \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

avec

δ variable d'intégration associée à une détection ;

\mathcal{L} le domaine des détections donné par :

1γ : Un cône Compton $E_0 = 0.511\text{MeV}$ ou $E_0 = 1.157\text{MeV}$;

Reformulation du LM-MLEM dans l'espace continu :

$$\lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\int_{\delta \in \mathcal{L}} A_j(\delta) d\delta} \sum_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket} A_j(\delta_n) \frac{1}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{j'}(\delta_n) \lambda_{j'}^{(t)} + \varepsilon(\delta_n)} \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

avec

δ variable d'intégration associée à une détection ;

\mathcal{L} le domaine des détections donné par :

- 1 γ : Un cône Compton $E_0 = 0.511\text{MeV}$ ou $E_0 = 1.157\text{MeV}$;
- 2 γ : Deux cas possibles
 - Une LOR i.e. $2 \times E_0 = 0.511\text{MeV}$;
 - Une intersection de cônes : $E_0 = 0.511\text{MeV}$ et $E_0 = 1.157\text{MeV}$;

Reformulation du LM-MLEM dans l'espace continu :

$$\lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\int_{\delta \in \mathcal{L}} A_j(\delta) d\delta} \sum_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket} A_j(\delta_n) \frac{1}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{j'}(\delta_n) \lambda_{j'}^{(t)} + \varepsilon(\delta_n)} \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

avec

δ variable d'intégration associée à une détection ;

\mathcal{L} le domaine des détections donné par :

- 1 γ : Un cône Compton $E_0 = 0.511\text{MeV}$ ou $E_0 = 1.157\text{MeV}$;
- 2 γ : Deux cas possibles
 - Une LOR i.e. $2 \times E_0 = 0.511\text{MeV}$;
 - Une intersection de cônes : $E_0 = 0.511\text{MeV}$ et $E_0 = 1.157\text{MeV}$;
- 3 γ : Combinaison LOR/cône Compton.

Reformulation du LM-MLEM dans l'espace continu :

$$\lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \underbrace{\frac{1}{\int_{\delta \in \mathcal{L}} A_j(\delta) d\delta}}_{=s_j} \sum_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket} A_j(\delta_n) \frac{1}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{j'}(\delta_n) \lambda_{j'}^{(t)} + \varepsilon(\delta_n)} \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

avec

δ variable d'intégration associée à une détection ;

\mathcal{L} le domaine des détections donné par :

1 γ : Un cône Compton $E_0 = 0.511\text{MeV}$ ou $E_0 = 1.157\text{MeV}$;

2 γ : Deux cas possibles

- Une LOR i.e. $2 \times E_0 = 0.511\text{MeV}$;
- Une intersection de cônes : $E_0 = 0.511\text{MeV}$ et $E_0 = 1.157\text{MeV}$;

3 γ : Combinaison LOR/cône Compton.

Image de sensibilité - cas 2γ LOR

Soit M un point d'émission appartenant au voxel j dans le champs de vue :

$$s(M) := \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} p_i \left(\frac{1}{|\cos(\varphi)|} \left(\sqrt{R_{\text{out}}^{2\gamma}(\varphi, I1)^2 - \tilde{O} P^2} - Q \right) \right) \times p_i \left(\frac{1}{|\cos(\varphi)|} \left(\sqrt{R_{\text{out}}^{2\gamma}(\varphi, J2)^2 - \tilde{O} P^2} - Q \right) \right) d\varphi$$

$$+ \int_{\varphi=-\frac{\pi}{2}}^0 p_i \left(\frac{1}{|\cos(\varphi)|} \left(\sqrt{R_{\text{out}}^{2\gamma}(\varphi, I2)^2 - \tilde{O} P^2} - Q \right) \right) \times p_i \left(\frac{1}{|\cos(\varphi)|} \left(\sqrt{R_{\text{out}}^{2\gamma}(\varphi, J1)^2 - \tilde{O} P^2} - Q \right) \right) d\varphi d\theta$$

$$\tilde{O} P := \sin(\theta) \tilde{O} M, \quad Q := \sqrt{R_1^2 - \tilde{O} P^2}.$$

e.g. $\varphi \in [0, \frac{\pi}{2}[$:

$$R_{\text{out}}^{2\gamma}(\varphi, I1) := \begin{cases} R_2 & \text{si } \varphi \in [0, \varphi_{\min}] \\ R_1 & \text{si } \varphi \in [\varphi_{\max}, \frac{\pi}{2}[\\ \tilde{O} M + \cot(\varphi) \left(\frac{H}{2} - O \tilde{O} \right) & \text{si } \varphi \in]\varphi_{\min}, \varphi_{\max}[\end{cases}$$

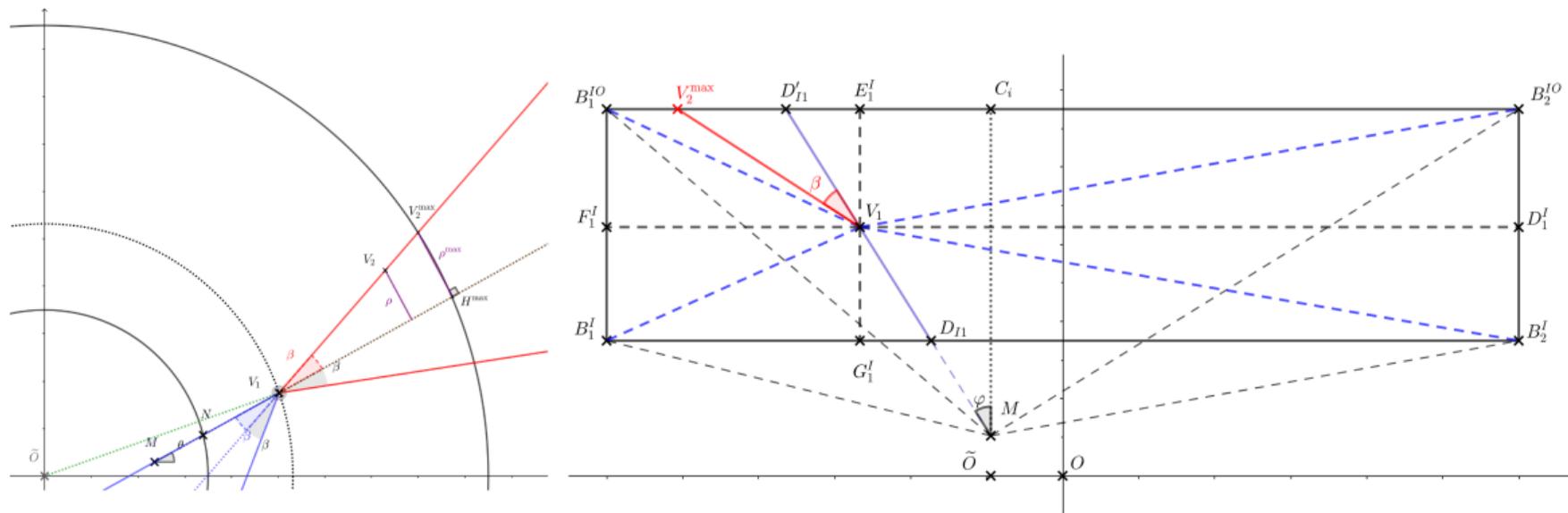
$$\varphi_{\min} := \arctan \left(\frac{H/2 - O \tilde{O}}{\tilde{O} C_i - \tilde{O} M} \right), \quad \varphi_{\max} := \arctan \left(\frac{H/2 - O \tilde{O}}{\tilde{O} N_{I1} - \tilde{O} M} \right)$$

$$R_{\text{out}}^{2\gamma}(\varphi, J2) := \begin{cases} R_2 & \text{si } \varphi \in [0, \varphi_{\min}] \\ R_1 & \text{si } \varphi \in [\varphi_{\max}, \frac{\pi}{2}[\\ \cot(\varphi) \left(\frac{H}{2} + O \tilde{O} \right) - \tilde{O} M & \text{si } \varphi \in]\varphi_{\min}, \varphi_{\max}[\end{cases}$$

$$\varphi_{\min} := \arctan \left(\frac{H/2 + O \tilde{O}}{\tilde{O} C_j + \tilde{O} M} \right), \quad \varphi_{\max} := \arctan \left(\frac{H/2 + O \tilde{O}}{\tilde{O} N_{J2} + \tilde{O} M} \right)$$

Image de sensibilité - cas 1γ

Soit M un point d'émission appartenant au voxel j dans le champs de vue



Soit M un point d'émission appartenant au voxel j dans le champs de vue :

$$s(M) := \int_{\theta=0}^{2\pi} \left[\int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{v=R_{\text{in}}}^{R_{\text{out}}^{1\gamma}(\varphi, I1)} f(\varphi, \theta, v) C_{I1}(v, \theta, \varphi) dv d\varphi + \int_{\varphi=\frac{\pi}{2}}^{\pi} \int_{v=R_{\text{in}}}^{R_{\text{out}}^{1\gamma}(\varphi, J1)} f(\varphi, \theta, v) C_{J1}(v, \theta, \varphi) dv d\varphi \right. \\ \left. + \int_{\varphi=-\frac{\pi}{2}}^0 \int_{v=R_{\text{in}}}^{R_{\text{out}}^{1\gamma}(\varphi, I2)} f(\varphi, \theta, v) C_{I2}(v, \theta, \varphi) dv d\varphi + \int_{\varphi=-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} \int_{v=R_{\text{in}}}^{R_{\text{out}}^{1\gamma}(\varphi, J2)} f(\varphi, \theta, v) C_{J2}(v, \theta, \varphi) dv d\varphi \right] d\theta$$

$$f(\varphi, \theta, v) := p_i \left(\frac{1}{|\cos(\varphi)|} \left(\sqrt{v^2 - \sin^2(\theta) \tilde{O} M^2} - \sqrt{R_{\text{in}}^2 - \sin^2(\theta) \tilde{O} M^2} \right) \right)$$

$$C_X(v, \theta, \varphi) := \int_{\beta=-\pi}^{\pi} K(\beta|E_0) \int_{\omega=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^{\rho_{\text{max}}(\beta, \varphi, v, X)} g(\omega, \rho, \beta, v, \theta, \varphi) d\rho d\omega d\beta$$

$$g(\omega, \rho, \beta, v, \theta, \varphi) := p'_i \left(\sqrt{(\rho - v \cos(\theta) \cos(\varphi))^2 + (\rho \tan(\beta) \cos(\omega) - v \sin(\theta) \cos(\varphi))^2 + (\rho \tan(\beta) \sin(\omega) - v \sin(\varphi))^2} \right)$$

$$K(\beta|E_0) := \frac{r_e}{2} \left(\frac{E_1}{E_0} \right)^2 \left(\frac{E_1}{E_0} + \frac{E_0}{E_1} + \sin^2(\beta) \right) \text{ avec } E_1 = E_0 - E_C$$

① Travaux de thèse

Contexte général : XEMIS

Modèle TEP et algorithme MLEM

XEMIS2, imagerie 3γ et méthode pseudo-TOF

Positionnement des travaux de thèse

Suite des travaux

Modélisation de l'image de sensibilité :

- Cas $3\gamma \equiv$ Emissions **indépendantes** 1γ et 2γ LOR ;
- 2γ Cônes.

⇒ Calcul de l'image de sensibilité :

- Evaluation des intégrales multiples à l'aide de calcul Monte Carlo.

Modélisation de l'image de sensibilité :

- Cas $3\gamma \equiv$ Emissions **indépendantes** 1γ et 2γ LOR ;
- 2γ Cônes.

⇒ Calcul de l'image de sensibilité :

- Evaluation des intégrales multiples à l'aide de calcul Monte Carlo.

Développement et évaluation de l'algorithme LM-MLEM :

Intégrer les 4 types d'événements dans la méthode de reconstruction ;

- Formulation de l'équation du maximum de vraisemblance pour les cas 1, 2, 3γ ;
- Dérivation de l'algorithme dédié et implémentation dans le logiciel **CASToR**, Merlin et al. [2018] ;
- Evaluation de l'algorithme avec des données simulées obtenues avec l'outil Monte-Carlo GATE.

Objectif : Conférence Fully3D 2023 - Soumission **Janvier 2023**

Vous remerciant pour votre attention

- Cherry, S. R., Sorenson, J. A., and Phelps, M. E. (2012). Physics in nuclear medicine e-Book. Elsevier Health Sciences.
- Cussonneau, J.-P., Abaline, J. M., Acounis, S., Beaupere, N., Beney, J. L., Bert, J., Bouvier, S., Briend, P., Butterworth, J., Carlier, T., Chanal, H., Chérel, M., Dahoumane, M., Diglio, S., Gallego-Manzano, L., Giovagnoli, D., Idier, J., Kraeber-Bodere, F., Lefebvre, F., Lemaire, O., Le Ray, P., Manen, S., Masbou, J., Mathez, H., Morteau, E., Pillet, N., Royer, L., Staempflin, M., Stutzmann, J. S., Vandaele, R., Virone, L., Visvikis, D., Xing, Y., Zhu, Y., and Thers, D. (2017). 3gamma medical imaging with a liquid xenon compton camera and 44sc radionuclide. Acta Physica Polonica B, 48(10).
- Giovagnoli, D., Bousse, A., Beaupere, N., Canot, C., Cussonneau, J.-P., Diglio, S., Iborra Carreres, A., Masbou, J., Merlin, T., Morteau, E., Xing, Y., Zhu, Y., Thers, D., and Visvikis, D. (2021). A pseudo-tof image reconstruction approach for three-gamma small animal imaging. IEEE Transactions on Radiation and Plasma Medical Sciences, 5(6) :826–834.
- Grignon, C., Barbet, J., Bardiès, M., Carlier, T., Chatal, J., Couturier, O., Cussonneau, J., Faivre, A., Ferrer, L., Girault, S., Haruyama, T., Le Ray, P., Luquin, L., Lupone, S., Métivier, V., Morteau, E., Servagent, N., and Thers, D. (2007). Nuclear medical imaging using $\beta+\gamma$ coincidences from 44sc radio-nuclide with liquid xenon as detection medium. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 571(1) :142–145. Proceedings of the 1st International Conference on Molecular Imaging Technology.
- Lange, K. and Carson, R. (1984). EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography. Journal of Computer Assisted Tomography, 8(2) :306–316.
- Maxim, V., Lojacocono, X., Hilaire, E., Krimmer, J., Testa, E., Dauvergne, D., Magnin, I., and Prost, R. (2015). Probabilistic models and numerical calculation of system matrix and sensitivity in list-mode MLEM 3d reconstruction of compton camera images. Physics in Medicine and Biology, 61(1) :243–264.
- Merlin, T., Stute, S., Benoit, D., Bert, J., Carlier, T., Comtat, C., Filipovic, M., Lamare, F., and VISVIKIS, D. (2018). CASToR : a generic data organization and processing code framework for multi-modal and multi-dimensional tomographic reconstruction. Physics in Medicine and Biology, 63(18) :185005.
- Parra, L. C. and Barrett, H. H. (1998). List-mode likelihood : Em algorithm and image quality estimation demonstrated on 2-d pet. IEEE Transactions on Medical Imaging, 17 :228–235.
- Vardi, Y., Shepp, L. A., and Kaufman, L. (1985). A statistical model for positron emission tomography. Journal of the American Statistical Association, 80(389) :8–20.

XEnon Medical Imaging System (XEMIS)

⇒ Projet initié en 2004 - équipe XENON - Laboratoire SUBATECH.

XEMIS : Grignon et al. [2007]

- Développer une caméra Compton au xénon liquide (LXe) ;
- Nouvelle technique d'imagerie à 3 photons (3γ).

Projet en 3 phases :

- XEMIS1 : Prototype de télescope Compton au LXe de petite dimension ;
- XEMIS2 : Caméra pré-clinique cylindrique corps entier ;
- XEMIS3 : Caméra clinique cylindrique corps entier.

Inscrit dans l'écosystème Nantais :

cyclotron ARRONAX, INSERM, CRCI2NA, LS2N.

⇒ Efforts consacrés à la **conception expérimentale**.

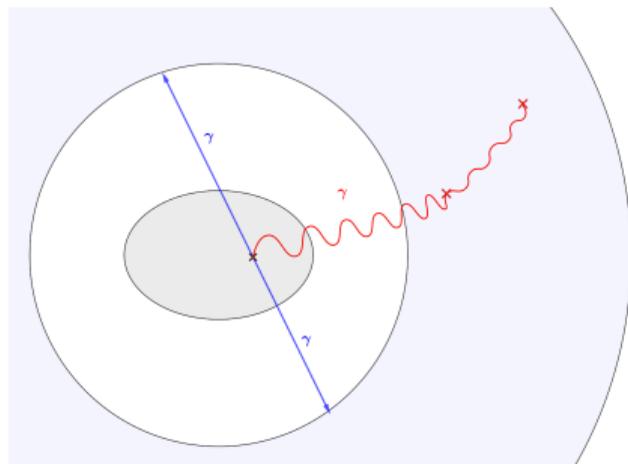


FIGURE – Principe de l'imagerie 3γ dans XEMIS

$$\hat{\lambda}^{\text{ML}} = \underset{\lambda \in \mathbb{R}_+^J}{\text{argmax}} (\log(\mathcal{L}(\lambda|\mathbf{y})))$$

Algorithme Maximum-Likelihood Expectation-Maximization Vardi et al. [1985], Lange and Carson [1984]

⇒ Déterminer $\hat{\lambda}^{\text{ML}}$ pour un modèle probabiliste dépendant de **données latentes** ;

Données observées : $(y_{ib})_{i \in \llbracket 1, I \rrbracket, b \in \llbracket 1, B \rrbracket}$;

Données latentes : $(x_{ibj})_{i \in \llbracket 1, I \rrbracket, b \in \llbracket 1, B \rrbracket, j \in \llbracket 1, J \rrbracket}$ s.t. $x_{ibj} \sim \mathcal{P}(\bar{x}_{ibj})$ avec $\bar{x}_{ibj} = A_{ibj} \lambda_j$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda^{(0)} = \lambda_j^{(0)} > 0 \\ \lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\sum_{\substack{i \in \llbracket 1, I \rrbracket \\ b \in \llbracket 1, B \rrbracket}} A_{ibj}} \sum_{\substack{i \in \llbracket 1, I \rrbracket \\ b \in \llbracket 1, B \rrbracket}} A_{ibj} \frac{y_{ib}}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{ibj'} \lambda_{j'}^{(t)} + \bar{s}_{ib} + \bar{r}_i} \end{array} \right. \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

Propriétés :

- Convergence vers un $\hat{\lambda}^{\text{ML}}$;
- Positivité des densités (λ_j) obtenues.

XEMIS2 : caméra Compton cylindrique

Xénon liquide : espace continu de scintillation/ionisation ;

Scandium-44 : émetteur (β^+ , γ)



avec $E_0 = 1.157\text{MeV}$.

Soit M une source de désintégration :

⇒ **Cône Compton \mathcal{C}** :

Sommet : V_1 ;

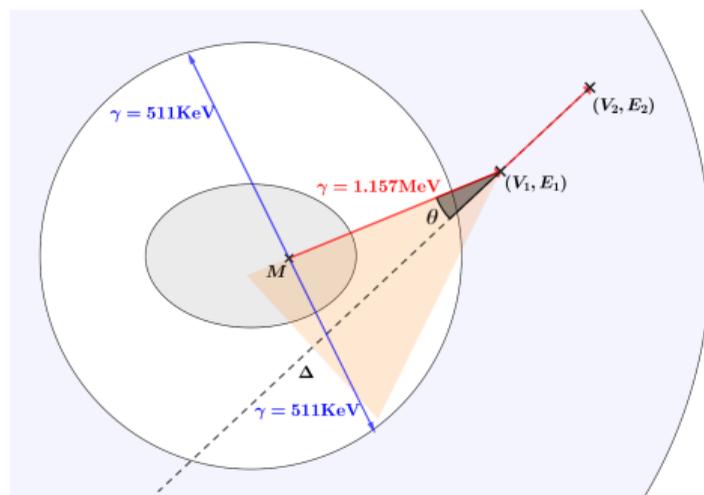
Axe : $\Delta = \overrightarrow{V_2V_1}$;

Angle : $\theta = \arccos\left(1 - \frac{m_e c^2 E_1}{E_0(E_0 - E_1)}\right)$;

Propriété : M appartient à la **surface** de \mathcal{C} .

⇒ **Intersection LOR/Cône** : Précision dans la détection de la position de désintégration.

Challenge : Reconstruire l'image à partir d'un signal 3γ continu.



⇒ Reconstruction 3γ comme un problème **TOF-PET à cristaux**.

Méthode pseudo-TOF Giovagnoli et al. [2021] ⇒ $\mathcal{N}(v, \sigma^2)$

v : Intersection LOR/Cône ;

σ : pseudo-TOF standard deviation.

⇒ Inclusion du **3^{ème} γ prometteuse**

Limites des travaux :

- Réglage de σ \Leftarrow la connaissance de la source d'émission ;
- Hypothèse d'un σ fixe ;
- Discrétisation **virtuelle** de l'espace de détection ;
- Seuls les cas 3γ sont étudiés.

Proportions des évènements :

⇒ $3\gamma \sim 10\%$, $2\gamma \sim 50\%$ et $1\gamma \sim 40\%$

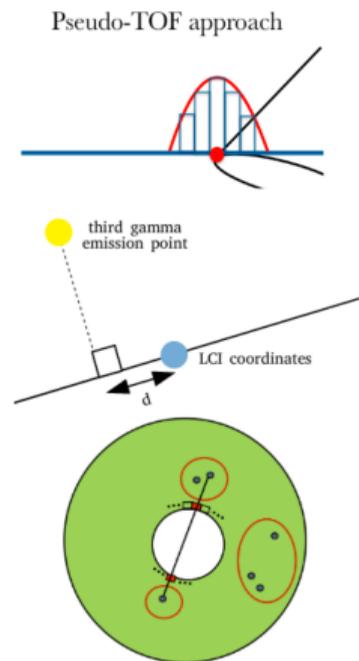


FIGURE – Thèse de D.Giovagnoli

Dilemme de l'histogramme :

- Données brutes triées \Rightarrow sous-échantillonnage **et** perte d'informations ;
- Augmenter la finesse de l'échantillonnage \Rightarrow nombre de classes \gg nombre d'évènements.

Algorithme List-Mode MLEM : Parra and Barrett [1998]

$$y_i = \{0, 1\} \quad \forall i \in \llbracket 1, I \rrbracket$$

\Rightarrow **Liste** de N évènements **déTECTÉS** \equiv données { spatiales, temporelles, énergie, ... }

\Rightarrow Un évènement $n \in \llbracket 1, N \rrbracket$ **déTECTÉ** $\Rightarrow y_{i_n} = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\lambda}^{(0)} = \lambda_j^{(0)} > 0 \\ \lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \frac{1}{\sum_{i \in \llbracket 1, I \rrbracket} A_{ij}} \sum_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket} A_{i_n j} \frac{1}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{i_n j'} \lambda_{j'}^{(t)} + \bar{r}_{i_n} + \bar{s}_{i_n}} \end{array} \right. \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

Reformulation du LM-MLEM dans l'espace continu :

$$\lambda_j^{(t+1)} = \lambda_j^{(t)} \times \underbrace{\frac{1}{\int_{\delta \in \mathcal{L}} A_j(\delta) d\delta}}_{=s_j} \sum_{n \in \llbracket 1, N \rrbracket} A_j(\delta_n) \frac{1}{\sum_{j' \in \llbracket 1, J \rrbracket} A_{j'}(\delta_n) \lambda_{j'}^{(t)} + \varepsilon(\delta_n)} \quad \forall j \in \llbracket 1, J \rrbracket$$

avec

δ variable d'intégration associée à une détection ;

\mathcal{L} le domaine des détections donné par :

1 γ : Un cône Compton $E_0 = 0.511\text{MeV}$ ou $E_0 = 1.157\text{MeV}$;

2 γ : Deux cas possibles

- Une LOR i.e. $2 \times E_0 = 0.511\text{MeV}$;
- Une intersection de cônes : $E_0 = 0.511\text{MeV}$ et $E_0 = 1.157\text{MeV}$;

3 γ : Combinaison LOR/cône Compton.